تمرين1: نعتبر الدالة F المعرفة بما يلي :

$$F : x \to \begin{cases} \sqrt{x}+1 & , x \geq 0 \\ 1/x & , x < 0 \end{cases}$$

1. بين أن : $F(-1).F(2) < 0$

2. حل المعادلة : $x \in \mathbb{R} \ , F(x) = 0$

3. من خلال "مبرهنة القيم الوسيطة"، أثبت أن: F غير متصلة في 0 .

تمرين2: نعتبر دالة f بحيث:

f متصلة على $[a,b]$ مع $f[a,b] \subset [a,b]$

- أثبت أنه : $\exists c \in [a,b] \ / \ f(c) = c$

تمرين3: نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f(x) = x^2 - 4x + 1$$

1. بين أن : f تقابل من $]2,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده .

2. حدد $f^{-1}(x)$ بدلالة x .

تمرين4: نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f : x \to 2 + \frac{1}{2}\sin(x)$$

- أثبت أنه : $\exists ! \alpha \in [0,\pi] / f(\alpha) = \alpha$

تمرين5: نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f : x \to \frac{1}{x} - 2Arc\tan(x)$$

1. احسب النهايتين: $\lim\limits_{x\to-\infty} f$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f$

2. احسب $f'(1)$ دون حساب $f'(x)$

3. بين أن المعادلة: $x \in]\frac{\sqrt{3}}{3},1[, f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا .

تمرين6: نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f : x \to Arc\tan(\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-1}})$$

1. حدد D_f

2. أثبت أن f متصلة على D_f

3. أثبت أن f تقابل من $]1,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده .

4. حدد $f^{-1}(x)$ بدلالة x .

تمرين7: أثبت ما يلي :

1. $\forall x \in \mathbb{R}_+^* : Arc\tan(x) + Arc\tan(\frac{1}{x}) = \frac{\pi}{2}$

2. $\forall x \in \mathbb{R}_-^* : Arc\tan(x) + Arc\tan(\frac{1}{x}) = \frac{-\pi}{2}$

3. $Arc\tan(\frac{1}{2}) + Arc\tan(\frac{1}{3}) = \frac{\pi}{4}$

تمرين8: نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f : x \to \sqrt[4]{\frac{2x}{x^2+1}}$$

1. حدد D_f

2. أثبت أن f متصلة على $\mathbb{R}^+$

3. أثبت أن f تقابل من $[1,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده .

4. احسب النهاية : $\lim\limits_{x\to0} \frac{f^{-1}(x)}{x}$

5. حدد $f^{-1}(x)$ بدلالة x .

تمرين9: نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f : x \to \begin{cases} f(0) = 0 \\ Arc\tan(\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}), x \neq 0 \end{cases}$$

1. بين أن : f دالة متصلة في 0 .

2. نفترض أن $x \in]0,+\infty[$ ،

- بين أن : $f(x) = \frac{1}{2}Arc\tan(x)$

3. ادرس زوجية الدالة f ثم استنتج $f(x)$ من أجل $x \in]-\infty, 0[$

تمرين10:

1. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة :

$$Arc\tan(2x) + Arc\tan(x) \leq \frac{\pi}{4}$$

2. احسب : $Arc\tan(\tan(\frac{7\pi}{5}))$

3. احسب : $Arc\tan(\tan(\frac{-95\pi}{4}))$

تمرين11: نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f : x \to \begin{cases} \sqrt{x^3+x}, x \geq 0 \\ Arc\tan(\frac{x}{x-1}), x < 0 \end{cases}$$

1. حدد D_f واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. ادرس اتصال و قابلية اشتقاق f في 0، ثم أول النتيجة مبيانيا.

3. ادرس تغيرات f .

4. أنشئ C_f في معلم متعامد ممنظم.

5. ليكن g قصورالدالة f على $I =]-\infty,0]$

أ). بين أن g تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده.

ب). حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J

تمرين12: نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f : x \to \sqrt[3]{x^3 - 3x + 2}$$

1. حدد D_f

2. ادرس قابلية اشتقاق f في 1 و في $(-2)^+$

3. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

4. احسب $f'(x)$ لكل x من $D_{f'}$

5. ضع جدول تغيرات f على D_f

تمرين13: نعتبر الدالة f المعرفةكما يلي :

$$f : x \to \begin{cases} \frac{2}{(1+x)^2} & , x > 0 \\ \frac{2}{1+x^2} & , x \leq 0 \end{cases}$$

1. حدد D_f

2. أثبت أن: f تقبل دالة اصلية على $\mathbb{R}$

3. حدد الدالة الأصلية F للدالة f بحيث:

$$F(3) = -\frac{1}{2}$$

تمرين14: حدد قيمة a لتكون الدالة f المعرفة بمايلي متصلة في 1:

$$f : x \to \begin{cases} 2x^2 - 1 & , x \leq 1 \\ \frac{a}{x-1}\sin(x^2-1), x > 1 \end{cases}$$

تمرين15: نعتبر الدالة f المعرفةكما يلي :

$$f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$$
$$x \to 6x^{\frac{2}{3}} - 4x$$

1. احسب $\lim\limits_{x\to0} \frac{f(x)}{x}$ ثم أول النتيجة مبيانيا

2. حدد حيز قابلية اشتقاق $D : f$

3. احسب $f'(x)$ لكل x من D

4. ضع جدول تغيرات f على D_f

5. حدد معادلة (Δ) ،مماس C_f في النقطة ذات الأفصول: $\frac{27}{8}$

6. لتكن g قصور f على $I = [1,+\infty[$ ،

أ) . بين أن g تقابل من I نحو مجال يتم تحديده

ب). احسب $(g^{-1})'(0)$

تمرين16: أثبت ما يلي :

1. $\forall x \in \mathbb{R} : \sin(Arc\tan(x)) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

2. $\forall x \in \mathbb{R} : \cos(Arc\tan(x)) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$