

تمرين 11: ليكن $Z = \frac{(\sqrt{2}-i\sqrt{2})^3}{(-\sqrt{3}+i)^2}$

1. اكتب Z على الشكل الجبري .
2. اكتب Z على الشكل المثلثي .
3. استنتج : $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

تمرين 12:

1. حل في \mathbb{C} المعادلة : $(E): (1-i)z^4 = \sqrt{2}$
2. نسمي : z_0 و z_1 و z_2 و z_3 حلول (E)
احسب : $u = \frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}$

تمرين 13: نعتبر المعادلة :

- $(E): z^3 - (1-2i)z^2 + (i-1)z - 2i - 6 = 0$
1. بين أن (E) تقبل حلا تخيليا صرفا : z_1 .
 2. حل المعادلة (E) في \mathbb{C} .
 3. ليكن : z_1 و z_2 و z_3 حلول (E) ،
حدد ω في \mathbb{C} بحيث يكون :
 $|z_1 - \omega| = |z_2 - \omega| = |z_3 - \omega|$

تمرين 14: نعتبر المعادلة :

- $(E): z^4 + 2z^3 + 3z^2 + 2z + 2 = 0$
1. لتكن S مجموعة حلول (E) ، بين أن :
 $(z \in S) \Rightarrow (\bar{z} \in S)$
 2. بين أن (E) تقبل حلا تخيليا صرفا .
 3. حل المعادلة (E) في \mathbb{C} .

تمرين 15: نعتبر المعادلة :

- $(E): z^3 - z^2 - (1+i)z - 2 + 2i = 0$
1. بين أن (E) تقبل حلا حقيقيا .
 2. حل المعادلة (E) في \mathbb{C} .
 3. ليكن : z_1 و z_2 و z_3 حلول (E) ، نضع :
 $M_1(z_1)$ و $M_2(z_2)$ و $M_3(z_3)$
بين أن : المثلث $M_1M_2M_3$ قائم الزاوية
و متساوي الساقين .

في كل ما يلي ، نعتبر المستوى العقدي مزودا بمعلم متعامد ممنظم ومباشر (o, \vec{u}, \vec{v})

تمرين 7: حدد كل من المجموعتين التاليتين :

1. $E = \{M(Z) / (Z^2 + Z + 1) \in i\mathbb{R}\}$
2. $F = \{M(Z) / (Z^2 + Z + 1) \in \mathbb{R}\}$

تمرين 8: لكل z من $\mathbb{C} - \{-2\}$ ، نضع :

$U = \frac{\bar{z} + 2}{z + 2}$ و $z = x + iy / (x, y) \in \mathbb{R}^2$

1. حدد : $\text{Re}(U)$ و $\text{Im}(U)$ ، بدلالة x و y .
2. حدد كل من المجموعتين التاليتين :
 $E = \{M(z) / U + \bar{U} = 0\}$
 $F = \{M(z) / U - \bar{U} = 0\}$

تمرين 9: ليكن $z \in \mathbb{C} - \{4i\}$ ، نضع :

$Z = \frac{z-2}{z-4i}$ و $M(z)$ و $z = x + iy$

1. حدد مجموعة النقط التالية :
 $A = \{M(z) / \text{Re}(Z) = 0\}$
2. حدد مجموعة النقط التالية :
 $B = \left\{M(z) / \text{Arg}(Z) \equiv \frac{3\pi}{2} [2\pi]\right\}$

3. حدد الحلين z' و z'' للمعادلة :

$\left(\frac{z-2}{z-4i}\right)^2 + 4\left(\frac{z-2}{z-4i}\right) + 13 = 0$

4. نعتبر المعادلة : $(E): U^2 + 2xU + y = 0$

- (أ) حدد مجموعة النقط $M(z)$ بحيث :
يكون للمعادلة (E) حلين غير حقيقيين .
- (ب) حدد مجموعة النقط $M(z)$ بحيث :
يكون للمعادلة (E) حلين حقيقيين ،
و يكون $Z \in i\mathbb{R}$.

تمرين 10: ليكن $u = 5(\sqrt{2+\sqrt{2}} - i\sqrt{2-\sqrt{2}})$

1. (أ) اكتب u^2 على الشكل المثلثي
- (ب) استنتج $|u|$ و $\text{Arg}(u)$
2. نضع : $z = [r, \theta] / (r, \theta) \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}$
(أ) حدد : $E = \{z \in \mathbb{C}^* / (uz) \in \mathbb{R}\}$
- (ب) حدد : $F = \{z \in \mathbb{C}^* / (uz) \in i\mathbb{R}\}$

تمرين 1:

1. ليكن $t \in \mathbb{R}$ ، حل في \mathbb{C} المعادلة :
 $(E): 2(1 - \cos(t))Z^2 - 2Z \sin(t) + 1 = 0$
محددا ، حسب قيم t ، معيار وعمدة كل حل .
2. نفترض أن $0 < t < 2\pi$ ، وليكن u حل (E)
الذي عمدته $\frac{t}{2}$ ،
(أ) اكتب u^2 على الشكل الجبري .
(ب) اكتب u^2 على الشكل المثلثي .
(ج) بين أن : $|u| = \text{Re}(u^2) + \frac{1}{2}$

تمرين 2:

1. حل في \mathbb{C} المعادلة : $Z^2 = 8\sqrt{2}(1+i)$
2. استنتج : $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

تمرين 3: ليكن $Z = \frac{(1-i\sqrt{3})^4}{(1+i)^3}$

1. اكتب Z على الشكل الجبري .
2. اكتب Z على الشكل المثلثي .
3. استنتج : $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

تمرين 4: ليكن $Z = (\sqrt{2}-\sqrt{6}) - i(\sqrt{2}+\sqrt{6})$

1. اكتب Z^2 على الشكلين الجبري والمثلثي .
2. حدد $|Z|$ و $\text{Arg}(Z)$
3. اكتب Z^6 على الشكل الجبري .

تمرين 5:

1. حل في \mathbb{C} المعادلة : $Z^2 = 1+i$
محددا الحلول بأشكالها الجبرية والمثلثية .
2. حدد معيار وعمدة العدد العقدي :

$u = \sqrt{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{1+i\sqrt{3}}{1+i(\sqrt{2}-1)}$

تمرين 6: نعتبر العدد العقدي : $u = -3 + 3i$

1. حدد : $|u|$ و $\text{Arg}(u)$
2. حدد العقدي z بحيث :
 $u z = 6\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{17\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{17\pi}{12}\right) \right)$
3. استنتج : $\cos\left(\frac{17\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{17\pi}{12}\right)$