

**تمرين 4:**

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي :

$$f : x \rightarrow \ln \left( \frac{x}{1 + \sqrt{x}} \right)$$

1. (أ) حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$

(ب) احسب نهايات  $f$  عند محددات  $D_f$

(ج) أثبت أن  $f$  قابلة للإشتقاق على  $D_f$

(د) احسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $D_f$

(هـ) ضع جدول تغيرات  $f$  على  $D_f$

2. (أ) ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $C_f$

(ب) حدد نقط تقاطع  $C_f$  مع محور الأفاسيل

(ج) أنشئ  $C_f$  في معلم متعامد  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  بحيث :

$$\|\vec{j}\| = 3 \text{ cm} \quad \text{و} \quad \|\vec{i}\| = 2 \text{ cm}$$

3. (أ) احسب التكامل :  $I = \int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$

(ب) استنتج التكامل :  $J = \int_4^9 \ln(1 + \sqrt{x}) dx$

(ج) احسب مساحة الحيز من المستوى المحصور بين  $C_f$

ومحور الأفاسيل ، والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين :  
 $x = 9$  و  $x = 4$

**تمرين 5:**

نعتبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = \frac{U_n^2 + 1}{2 U_n} , \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. احسب :  $U_1$  و  $U_2$

2. بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : U_n > 1$

3. أثبت أن : المتتالية العددية  $(U_n)$  تناقصية

4. حدد نهاية المتتالية  $(U_n)$

5. (أ) بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : U_n - 1 \leq \frac{1}{2^n}$

(ب) استنتج ، من جديد ، نهاية المتتالية  $(U_n)$

**Pr A. BOURGUIG**

✓ Apprendre, c'est ..... OSER SE TROMPER !

✓ Apprendre Les MATHS , est SOURCE DE PLAISIR !

**تمرين 1:**

1. احسب النهاية :  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} \int_1^x \frac{\ln(t)}{\sqrt{1+t^2}} dt \right)$

2. حدد الدالة الأصلية التي تنعدم في 0، للدالة  $u : x \rightarrow \ln(1+x^2)$

3. (أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب التكامل :  $I = \int_0^3 \frac{2x+3}{\sqrt{x+1}} dx$

(ب) بوضع  $t = \frac{1}{x}$  ، احسب التكامل :  $J = \int_0^3 \frac{\sqrt[3]{x-x^3}}{x^4} dx$

(ج) احسب التكامل :  $K = \int_0^{\ln(2)} \frac{2e^{3x} + 4}{e^{2x} + 1} dx$

**تمرين 2:**

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ممنظم و مباشر  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ،

نعتبر النقطة  $A(-3,0,2)$  و الفلكة (S) المعرفة ديكارتيا كما يلي :

$$(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z + 1 = 0$$

1. حدد  $\Omega$  مركز الفلكة (S) ، و شعاعها R

2. بين أن المستقيم (D) المعرف بالنظمة :  
(D) :  $\begin{cases} x = -3 \\ 4y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$

مماس للفلكة (S)

3. ليكن (P) المستوى المعرف ديكارتيا بالمعادلة :

$$(P) : 3y + 4z + 2 = 0$$

(أ) أثبت أن :  $(D) \perp (P)$

(ب) أثبت أن : (P) مماس للفلكة (S)

(ج) حدد نقطة تقاطع (P) و (D)

4. حدد معادلتى المستويين (Q) و (Q') المماسين للفلكة (S) ،

والموازيين للمستوى (R) المعرف ديكارتيا بالمعادلة :

$$(R) : 2x + y - 2z + 7 = 0$$

**تمرين 3:**

1. احسب :  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$

2. (أ) احسب التكامل :  $J = \int_1^4 \frac{t}{2t^2 + 3t - 2} dt$

(ب) استنتج التكامل :  $K = \int_1^4 \frac{dx}{2x + \sqrt{3x+1}}$

3. احسب التكامل :  $L = \int_{-\pi}^{\pi} (\sin^3(x) + x \cos^4(x)) dx$