

## تمارين حول الدوال الأسية

الثانية سلك بكالوريا علوم تحريسة

### تمرين 1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{1}{x}\right)^x \quad \text{أحسب}$$

### تمرين 2

$$\begin{cases} f(x) = x^{2x} \\ f(0) = 1 \end{cases} \quad \text{أدرس و مثل مبيانيا الدالة } f \text{ حيث}$$

### تمرين 3

-1 حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات

$$e^{x^2-3x-3} = e \quad ; \quad e^{4x-3} = 2$$

$$3e^{3x} - 2e^{2x} - e^x = 0$$

$$2e^{2x} - 3e^x + 1 < 0 \quad ; \quad e^x - 2e^{-x} + 1 > 0 \quad 3^{2x} - 3^x - 6 > 0 \quad \mathbb{R} \text{ المتراجحات}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2^x = 3^y \end{cases} \quad \text{-3 حل في } \mathbb{R}^2 \text{ النظمة}$$

### تمرين 4

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^{2x} - 3e^x + 2} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 1}{x^3} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 2}{e^x - 1} \quad \text{أحسب}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sqrt{x}} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^x} - 1}{x - 1}$$

### تمرين 5

I- نعتبر الدالة العددية  $f$  لمتغير حقيقي المعرفة بما يلي

$$f(x) = 2e^{2x} - 3e^x + 1$$

أ- حدد  $D_f$  ونهايات  $f$  عند محددات  $D_f$

ب- أدرس تغيرات  $f$

2- أ- حدد نقطة تقاطع  $C_f$  و محور الأفاصيل

ب- حدد معادلة المماس لـ  $C_f$  عند النقطة ذات الأفصول 0

ج- أدرس الفروع اللانهائية لـ  $C_f$

د- أنشئ  $C_f$

II- نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بـ

$$g(x) = \ln(2e^{2x} - 3e^x + 1)$$

أ- حدد  $D_g$  ونهايات  $g$  عند محددات  $D_g$

ب- أدرس تغيرات  $g$

2- أدرس الفروع اللانهائية لـ  $C_g$  ثم أنشئ  $C_g$

### تمرين 6

$$\begin{cases} f(x) = |2x(1 - \ln x)| & x > 0 \\ f(x) = e^x - 1 - 2\sqrt{1 - e^x} & x \leq 0 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية  $f$  لمتغير حقيقي المعرفة بما يلي

- 1- أدرس اشتقاق و اتصال  $f$  عند النقطتين 0 و  $e$  و أعط التأويل الهندسي للنتائج المحصل عليها
- 2- أحسب نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$  ثم أدرس الفروع للانتهائية لـ  $C_f$
- 3- أدرس تغيرات  $f$  و أنشئ  $C_f$   $\|i\| = \|j\| = 2cm$
- 4- بين أن  $g$  قصور الدالة  $f$  على  $]-\infty; 0]$  تقابل من  $]-\infty; 0]$  نحو مجال  $J$  يجب تحديده
- أحسب  $g^{-1}(x)$  لكل  $x$  من  $J$

### تمارين 7

$$f(x) = 2x + \frac{e^x}{e^x - 1}$$

نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بـ

- 1- حدد  $D_f$  و نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$
- 2- أدرس تغيرات  $f$  و أعط جدول تغيراتها
- 3- أدرس الفروع للانتهائية لمنحنى  $f$
- 4- بين أن  $A\left(0; \frac{1}{2}\right)$  مركز تماثل للمنحنى  $C_f$
- 5- أنشئ  $C_f$  في مستوى منسوب إلى م.م.م
- 6- لتكن  $m \in \mathbb{R}$ . حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة  $2xe^x - (m-1)e^x - 2x + m = 0$

### تمارين 8

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1} + \ln|x^2 - 1| \quad \text{بحيث } D = [0; 1[ \cup ]1; +\infty[$$

- I- نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $D = [0; 1[ \cup ]1; +\infty[$
- 1- أحسب نهايات  $f$  عند محداث  $D$ .
- 2- بين أن  $f'(x) = \frac{2x(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$  لكل  $x$  من  $D$  و أعط جدول تغيرات  $f$
- 3- استنتج مما سبق إشارة  $f(x)$  لكل  $x$  من  $D$

$$g(x) = x \ln|x^2 - 1| \quad \text{II- لتكن } g \text{ الدالة المعرفة على } D \text{ بـ}$$

- 1- أ- أحسب نهايات  $g$  عند محداث  $D$ .
- ب- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$  و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.
- 2- بين لكل  $x$  من  $D$   $g'(x) = f(x)$  و أعط جدول تغيرات  $g$ .
- 3- أ- استنتج من دراسة الدالة  $f$  إحداثيتي  $I$  نقطة انعطاف المنحنى  $C_g$
- ب- حل في  $D$  المعادلة  $g(x) = 0$
- ج- أنشئ  $C_g$

### تمارين 9

#### الجزء الأول

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)e^{2x} - 4(x-1)e^x - 2 \quad \text{لتكن } f \text{ الدالة المعرفة بـ}$$

- 1- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و بين لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$
- $$f(x) = xe^{2x} \left(1 - \frac{1}{2x} - \frac{4}{e^x} + \frac{4}{xe^x} - \frac{2}{xe^{2x}}\right)$$
- ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- أدرس تغيرات  $f$

3- أ- أدرس الفروع اللانهائية لـ  $C_f$

ب- بين أن  $C_f$  يقطع محور الأفاصيل في نقطة  $x_0$  تنتمي إلى  $[-2; -1]$

$$\left( e^4 \approx \frac{225}{4}; e^2 \approx \frac{15}{2}; e \approx \frac{11}{4} \right)$$

ج- أنشئ  $C_f$   $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

الجزء الثاني

$$\begin{cases} g(x) = (x^2 - 4x) \ln x - \frac{1}{2}(x^2 - 8x + 4) & x > 0 \\ g(0) = -2 \end{cases}$$

لتكن  $g$  الدالة المعرفة بـ

1- بين أن  $g(x) = f(\ln x)$   $\forall x \in ]0; +\infty[$

2- أدرس اتصال و اشتقاق  $g$  في يمين 0

3- أدرس تغيرات  $g$

4- أ- أدرس الفروع اللانهائية لـ  $C_g$

ب- أستنتج من 2- ب- في الجزء الأول , تأطيرا لأفصول نقطة تقاطع  $C_g$  ومحور الأفاصيل

ج- حدد نصف المماس لـ  $C_g$  في النقطة ذات الأفصول 0 ثم أنشئ  $C_g$