

## تمارين حول حساب الاحتمالات و المتغيرات العشوائية

الثانية سلك بكالوريا علوم تجريبية

### تمرين 1

نرمي نردا مرقما من 1 إلى 6 ثلاثة مرات متتالية فنحصل على عدد مكون من ثلاثة أرقام .  
أحسب احتمال الأحداث التالية  
A " الحصول على عدد مكون من أرقام زوجية "  
B " الحصول على عدد مكون من أرقام مختلفة مثنى مثنى "  
C " الحصول على عدد يحتوي على رقمين متساويتين على الأقل "

### تمرين 2

يحتوي كيس على 10 بيادق . بيدقان يحملان الرقم 0 و ثلاثة بيادق تحمل الرقم 1 و خمسة بيادق تحمل الرقم 2. نسحب تانيا بيدقين من الكيس .  
أحسب احتمالات الأحداث التالية  
A " الحصول على بيدقين جداء رقميهما 1 "  
B " الحصول على بيدقين جداء رقميهما 2 "  
C " الحصول على بيدقين جداء رقميهما أصغر أو يساوي 1 "

### تمرين 3

يحتوي قسم على 10 تلميذات و 20 تلميذا .  
نختار عشوائيا من بينهم 4 أفراد .  
1- أحسب احتمال الحصول على 4 ذكور .  
2- أحسب احتمال الحصول على تلميذين و تلميذتين .

### تمرين 4

ليكن  $(\Omega; p)$  فضاء احتماليا منتهيا. نعتبر A و B حدثين حيث  $A \cup B = \Omega$   $p(A) = \frac{2}{3}$   $p(B) = \frac{3}{4}$   
حدد  $p(A \cap B)$  و  $p(\bar{B})$  .

### تمرين 5

نعتبر كيس يحتوي على 5 بيادق سوداء تحمل الأرقام 3, 3, 1, 1, 1 و أربعة بيادق خضراء تحمل الأرقام 2, 2, 2, 1 .  
نسحب في آن واحد كرتين من الكيس.  
1- أحسب احتمال الحصول على بيدقين سوداويين.  
2- أحسب احتمال الحصول على بيدقين مجموعهما 4.  
3- أحسب احتمال الحصول على بيدقين سوداويين و مجموع رقميهما يساوي 4.  
4- أحسب احتمال الحصول على بيدقين مجموعهما 4 علما أنهما سوداويين.

### تمرين 6

نعتبر صندوقا يحتوي على 5 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء و 5 كرات خضراء في كل لون الكرات تحمل الأرقام 1 و 2 و 3 و 4 و 5 .  
نسحب بالتتابع و بدون إحلال خمس كرات من الصندوق.  
1- أحسب احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء و كرتين حمراويين.  
2- أحسب احتمال الحصول على 5 كرات تحقق الشرطين  
- كرة واحدة تحمل الرقم 5.  
- أربع كرات فقط من اللون الأخضر.

### تمرين 7

يحتوي كيس A على 3 كرات بيضاء و 7 كرات حمراء و كيس B يحتوي على 6 كرات بيضاء و كرتين حمراويين .  
نختار كيسا من بين الكيسين ثم نسحب بالتتابع و بدون إحلال كرتين

- 1- أحسب احتمال الحصول على كرتين بيضاويين من الكيس A.
- 2- أحسب احتمال على كرتين بيضاويين.

### تمرين 8

- نعتبر نردا وجهان فيه يحملان الرقم 3 و أربع وجوه تحمل الرقم 2, و صندوقا يحتوي على 6 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء .
- نرمي النرد و نسحب من الصندوق بتان كرات عددها يساوي الرقم الذي ظهر على الوجه الأعلى بعد أن يستقر النرد . أحسب
- 1- احتمال الحصول على كرتين بيضاويين علما أن الرقم 2 هو الذي ظهر.
  - 2- احتمال الحصول على الرقم 2 كرتين بيضاويين
  - 3- احتمال الحصول كرتين بيضاويين فقط.

### تمرين 9

- في صندوق نعتبر 5كرات بيضاء و 6 كرات سوداء
- 1- نسحب من الصندوق في آن واحد 3 كرات ثم نعيدها بعدها نسحب بالتتابع وبدون إحلال 4 كرات أحسب احتمال لكي تكون ثلاث الكرات الأولى المسحوبة بيضاء و 4 كرات المسحوبة في المرة الثانية تحتوي على كرة بيضاء و 3 سوداء.
  - 2- نسحب بالتتابع و بإحلال سبعة كرات أحسب احتمال الحصول على 4 كرات بيضاء فقط

### تمرين 10

- في ثانوية , يوجد 1000 تلميذ , 400 منهم يدرسون اللغة الإنجليزية و 250 يدرسون الإسبانية و 150 يدرسون الإنجليزية و الإسبانية معا.
- أحسب احتمال
- 1- اختيار تلميذ يدرس الإنجليزية أو الإسبانية
  - 2- اختيار تلميذ لا يدرس الإنجليزية و لا يدرس الإسبانية
  - 3- اختيار تلميذ يدرس الإنجليزية علما أنه يدرس الإسبانية

### تمرين 11

- نرمي نردا ثلاثة أوجهه تحمل الرقم 1 و الأوجه الباقية تحمل الأرقام 2 و 3 و 4 مرتين متتاليتين .
- ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل نتيجة بالقيمة المطلقة لفرق العددين المحصل عليهما .
- 1- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$
  - 2- حدد دالة تجزيء  $X$  و مثلها مبيانيا .
  - 3- أحسب الأمل الرياضي  $X$  .

### تمرين 12

- نعتبر صندوقا يحتوي على 8 كرات حمراء و كرتين خضراويين .
- 1- نسحب في آن واحد 3 كرات من الصندوق ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد لكرات الخضراء المسحوبة.
  - حدد قانون احتمال  $X$  و الأمل الرياضي
  - 2- نسحب بالتتابع و بإحلال 3 كرات من الصندوق.
  - ليكن  $Y$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الخضراء المسحوبة.
  - حدد قانون احتمال  $Y$  و الأمل الرياضي.

### تمرين 13

- نعتبر صندوقا يحتوي على 10 بيادق : بيدقان يحملان الرقم 0 و ثلاثة بيادق تحمل الرقم 1 و خمسة بيادق تحمل الرقم 1- .
- 1- نسحب من الصندوق بيدقين بالتتابع و بدون إحلال أ- حدد احتمال الحصول على رقمين فردين
  - ب- أحسب احتمال الحصول على البيدق الأول يحمل الرقم 1- علما أن البيدقين يحملان رقمين فردين .
  - 2- نسحب بتان بيدقين من الصندوق .
  - نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يربط كل سحبة بجداء العددين المحصل عليهما .
  - حدد قانون احتمال  $X$  و أحسب الأمل الرياضي

### تمرين 14

- شارك 16 عداء في سباق للعدو الريفي منهم 5 مغاربة نفترض أن المتسابقين لهم نفس حظوظ احتلال أي مرتبة من المراتب و أن مرتبة لايمكن أن يحتلها إلا متسابق واحد . يعتبرا فائزا في هذا السباق كل

من احتل المراتب الثلاث الأولى.  
ليكن  $X$  المتغير العشوائي لعدد المغاربة الفائزين في هذا السباق  
حدد قانون احتمال  $X$  و أحسب الأمل الرياضي.

### تمرين 15

شارك فريقين في مباراة لرمية حيث كل فريق مكون من لاعبين بحيث كل لاعب يمكن أن يسجل 0 نقطة أو 1 نقطة أو نقطتين (2) بالاحتمالات المبينة في الجدولين التاليين:  
الفريق الأحمر

النقط	0	1	2
اللاعب A	0,4	0,3	0,3
اللاعب B	0,4	0,4	0,2

الفريق الأخضر

النقط	0	1	2
اللاعب A	0,5	0,3	0,2
اللاعب B	0,3	0,5	0,2

ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي النقط التي يمكن أن يسجلها الفريق الأحمر بعد أن يلعب اللاعبان.  
ليكن  $Y$  المتغير العشوائي الذي يساوي النقط التي يمكن أن يسجلها الفريق الأخضر بعد أن يلعب اللاعبان.  
1- حدد قانون احتمال كل من  $X$  و  $Y$ .  
( نتائج المشاركين مستقلة, سواء على صعيد الفرق أو على صعيد اللاعبين مثنى مثنى )  
2- أحسب احتمال الحدث " المباراة بين الفريقين تنتهي بالتعادل "

### تمرين 16

يحتوي كيس على 7 كرات مرقمة من 1 إلى 7.  
1- نسحب تانيا و عشوائيا كرتين من الكيس.  
ما هو احتمال:

(a) - أن تحملا معا رقما زوجيا ؟

(b) - أن تكون من بينهما كرة تحمل رقما فرديا ؟

2- نسحب بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الكيس.

(a) نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحاملة لرقم فردي.

حدد قانون احتمال  $X$  و أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$

(b) - ما هو احتمال كون الكرة الأولى تحمل رقما فرديا علما أن مجموع رقمي الكرتين عدد فردي؟

### تمرين 17

يحتوي كيس على 12 كرات سوداء اثنان منها تحمل العدد 2- و أربعة تحمل العدد 1- و ستة تحمل العدد 0 و 6 كرات بيضاء اثنان منها تحمل العدد 0 و أربعة تحمل العدد 1-.

1- نسحب تانيا و عشوائيا كرتين من الكيس.

ما هو احتمال :

(a) - أن تحملا عددين جدائهما هو 0؟

(b) - أن تكون الكرتين سوداويين علما أن جدائهما هو 0

2- نسحب بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الكيس.

نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يربط كل سحبة بالقيمة المطلقة لجداء لعددين المحصل عليهما

حدد قانون احتمال  $X$  و أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$

### تمرين 18

نعتبر صندوقا يحتوي على 3 كرات سوداء و كرتين حمراويين . و نردا مكعبا 3 وجوه فيه تحمل الرقم 1 و وجهان يحملان الرقم 2 و وجه يحمل الرقم 3.

نعتبر التجربة التالية:

نرمي النرد و نعتبر الرقم المسجل على وجهه الأعلى، ثم نسحب تانيا و عشوائيا عددا من الكرات مساويا لهذا الرقم.

1- أحسب احتمال الحصول على 3 كرات سوداء.

2- ليكن  $X$  المتغير العشوائي المساوي لعدد الكرات السوداء المحصل عليها في آخر التجربة.

أ- أعط قانون احتمال  $X$ .

**تمرين 19**

نعتبر قطعة نقود غير متوازنة حيث احتمال ظهور الوجه F هو  $\frac{3}{5}$  و صندوقا يحتوي على 7 كرات غير قابلة التمييز باللمس , 4 بيضاء و 3 سوداء.  
نعتبر التجربة :

- نرمي قطعة نقدية إذا سقطت على الظهر P نسحب من الصندوق كرتين بالتتابع و بإحلال . وإذا سقطت على الوجه F فإننا نسحب من الصندوق كرتين بالتتابع وبدون إحلال
- 1- أحسب احتمال الحصول على كرتين لهما نفس اللون.
  - 2- علما أن الكرتين المسحوبتين مختلفتا اللون ، أحسب احتمال سحبهما بالتتابع و بإحلال .
  - 3- نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة.
    - أ- حدد قانون احتمال  $X$  .
    - ب- أحسب الأمل الرياضي لـ  $X$  .

**تمرين 20**

نعتبر صندوقا يحتوي على 15 بيذا : 4 بيادق تحمل العدد 0 و 5 بيادق تحمل العدد 1 و 6 بيادق تحمل العدد 1-

- 1- نسحب من الصندوق في آن واحد 3 بيادق .
  - أ- حدد احتمال الحصول على 3 بيادق مجموع الأعداد المسجلة عليها منعدما.
  - ب- أحسب احتمال الحصول على بيدق يحمل العدد 1 علما أن مجموع الأعداد المحصل عليها منعدما .
- 2- نسحب بالتتابع وبدون إحلال بيدقين من الصندوق .  
نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يربط كل سحبة بمجموع العددين المحصل عليهما .  
حدد قانون احتمال  $X$  و أحسب الأمل الرياضي

**تمرين 21**

قامت جمعية أباء و أولياء تلاميذ إحدى المدارس لاختيار 3 مترشحين من بين 13 مترشحا متفوقين في الدراسة 5 أولاد و بنتان من المستوى الدراسي الأول , ولدان من المستوى الدراسي الثاني , 3 أولاد و بنت من المستوى الدراسي الثالث) وذلك لقضاء فترة سياحية لمدة أسبوع بالمجان:  
لإجراء القرعة وضعت في الصندوق  $U_1$  ستة بطاقات تحمل كل واحدة منها اسما لأحد المتفوقين من المستويين الدراسيين الثاني و الثالث و وضعت في صندوق آخر  $U_2$  سبع بطاقات تحمل كل واحدة منها اسما لأحد المتفوقين من المستوى الدراسي الأول .  
لتحديد المترشحين الثلاثة الفائزين سحبت عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق  $U_1$  و سحبت عشوائيا و في آن واحد بطاقتان من الصندوق  $U_2$  .

- 1- ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل إمكانية بعدد البنات اللواتي تم اختيارهن بالقرعة .
  - أ- أعط قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$
  - ب- أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$  .

أحسب احتمال الحدث

" اختيار ولد واحد بالضبط من المستوى الثالث علما أن القرعة أسفرت عن اختيار ثلاثة أولاد A "