الأولى علوم تجريبيـــة	الحســـاب المثلثـــــي(1)	ح . بـوعـيــــــون

تمرين1

حدد الأفاصيل المنحنية الرئيسية للنقط A_1 A_2 A_3 A_4 التي أحد أفاصيلها المنحنية هي على التوالي $\frac{47\pi}{3}$ $-\frac{34\pi}{24}$ $\frac{157\pi}{4}$ $-\frac{1117\pi}{6}$.

ثم أنشئ هذه النقط على الدائرة المثلثية

تمرين2

أنشئ على الدائرة المثلثية النقط التي أفاصيلها المنحنية هي الأعداد $\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{4}$ حيث $k\in Z$.

تمرين3

ليكن (ABC) مثلثا متساوي الأضلاع بحيث $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$

أحسب : $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$ $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB})$ $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{BA})$

تمرين4

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين بحيث : $(\vec{u},\vec{v})\equiv\frac{2\pi}{5}[2\pi]$

احسب $(\vec{u},-\vec{v})$ $(\vec{v},\vec{u})$ $(\vec{v},-\vec{u})$ $(-\vec{u},-\vec{v})$.

تمرين5

(ABC) مثلث قائم الزاوية في A ومتساوي الساقين بحيث :

$$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$$

1) ارسم هذا المثلث .

2) لتكن D نقطة من المستوى P بحيث $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC})\equiv\alpha[2\pi]$

احسب بدلالة α كلا من $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC})$ $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC})$

تمرين6

احسب ما يلي :

$\cos(\frac{7\pi}{6})$ $\sin(\frac{170\pi}{3})$ $\cos(-\frac{127\pi}{6})$ $\tan(\frac{165\pi}{4})$

تمرين7

لتكن U الدائرة المثلثية ، $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ المعلم المتعامد الممنظم المرتبط بها .

A B C D 4 نقط من U أفاصيلها المنحنية على التوالي هي : $\frac{37\pi}{2}$ $\frac{117\pi}{6}$ $\frac{-150\pi}{3}$ $\frac{11979\pi}{4}$.

حدد زوج إحداثيتي كل من النقط A B C D. ومثلها على U

تمرين8

ليكن x عددا حقيقيا بسط التعابير التالية :

$$A=\sin(x+\pi)+\cos(x-\pi)-\sin(x-7\pi)+\cos(x-121\pi)$$

$$B=\sin(x+\frac{\pi}{2})+\cos(x-\frac{\pi}{2})+\sin(\frac{117\pi}{2}-x)-\cos(x-\frac{119\pi}{2})$$

تمرين9

احسب ما يلي :

$$A=\cos^2\frac{\pi}{10}+\cos^2\frac{4\pi}{10}+\cos^2\frac{6\pi}{10}+\cos^2\frac{9\pi}{10}$$

$$B=\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\sin^2\frac{7\pi}{8}$$

تمرين10

1) حل في IR المعادلات التالية :

1) $2\cos x+\sqrt{3}=0$ 2) $2\cos x-1=0$

3) $\sqrt{2}\sin x-1=0$ 4) $\sin-\cos x=0$

5) $\tan x-1=0$ 6) $\sqrt{3}\tan x+1=0$

2) حل في $[0,2\pi]$ المعادلات التالية :

1) $\cos 2x+\sin x=0$

3) $\sqrt{3}\tan^2 x+(\sqrt{3}-1)\tan x-1=0$

2) $\sin(x-\frac{\pi}{3})+\cos(\frac{\pi}{4}-x)=0$

4) $2\cos^2 x+\cos x-1=0$

تمرين11

1) حل في IR المعادلات التالية : 1) $\tan(3x)-\tan(x)=0$

2) $\tan(3x)+\tan(x-\frac{2\pi}{3})=0$ 3) $\tan(x).\tan(4x)=-1$

4) $\cos^2(2x)+\cos^2(3x)=1$

5) $\cos(2x)+\cos(3x)=2$

تمرين12

1) حل في IR المتراجحات :

1) $2\sin x\geq 1$ 2) $2\sin x\leq 1$ 3) $2\cos(x)+1\geq 0$

4) $\cos(2x-\frac{\pi}{4})\geq\frac{1}{2}$ 5) $\tan(x)-1>0$

6) $\tan(2x-\frac{\pi}{3})<\sqrt{3}$

2) حل في $[-\pi,\pi]$ المتراجحات :

1) $2\cos 3x+1>0$ 2) $\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{3})<1$

3) $2\cos^2 x>1$

4) $2\sqrt{2}\sin^2(x)+(\sqrt{2}-2)\sin x-1\geq 0$

تمرين13

1) a) حل في $]-\pi,\pi]$ المتراجحات

$$2\sin(2x-\frac{\pi}{3})-1>0$$

b) مثل الحلول على الدائرة المثلثية .

2) حل في $]-\pi,\pi]$ المتراجحات

$$\frac{-1+\cos(2x)}{2\sin(2x-\frac{\pi}{3})-1}>0$$

الأولى علوم تجريبيـــة | الحســـاب المثلثـــي(2) | ح . بــوعـــيــــون

تمرين1

نعتبر الدالة : $h(x)=2\cos^3 x-\cos x+2\sin x-2\sin^3 x$

1) بين أن $\sin x-\sin^3 x=\frac{1}{2}\sin(2x)\cos x$ و

$2\cos^3 x-\cos x=\cos 2x\cos x$

b) استنتج أن $h(x)=\sqrt{2}\cos(2x-\frac{\pi}{4})\cos x$.

2) حل في IR المعادلة h(x)=0 .

3) بين أن لكل x من $[-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{4}]$ لدينا $h(x)\ge 0$.

تمرين2

نعتبر الدالة $g(x)=4\cos^2 x+\sqrt{3}\cos x\sin x+3\sin^2 x-4$

1) بين أن $\forall x\in IR: g(x)=2\sin x\cos(x+\frac{\pi}{6})$

2) حل في IR المعادلة g(x)=0 ومثل الحلول على الدائرة المثلثية .

3) حل في المجال $[0,\pi]$ المتراجحة $g(x\le 0$.

4) a) بين أن $(\forall x\in IR): g(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})-\frac{1}{2}$.

b) احسب $g(\frac{\pi}{12})$ و استنتج قيمتي $\sin(\frac{\pi}{12})$ و $\cos\frac{\pi}{12}$.

تمرين3

نعتبر الدالة $g(x)=\sqrt{3}(4\cos^4 x+\sin^2 2x)-2\sin 2x$

1) احسب $g(\frac{\pi}{3})$ و $g(\pi)$.

2) بين أن $(\forall x\in IR): 4\cos^4 x=4\cos^2 x-\sin^3 2x$

3) a) بين أن $g(x)=4\cos x(\sqrt{3}\cos x-\sin x)$

b) حل في المجال $[-\pi,\pi]$ المعادلة g(x)=0 .

4) a) تحقق أن $(\forall x\in]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[: g(x)=4\cos^2 x(3-\tan x)$

b) حل في $]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ المتراجحة $g(x)\ge 0$.

تمرين4

1) بين أن $(\forall x\in IR): \cos^6 x+\sin^6 x=\frac{5+3\cos(4x)}{8}$.

2) استنتج حلول المتراجحة : $\cos^6 x+\sin^6 x>\frac{13}{16}$.

تمرين5

نعتبر الدالة $g(x)=\sin^2(\frac{\pi}{8}+x)+\cos^2(\frac{\pi}{8}-x)-1$

1) احسب $g(\frac{\pi}{8})$ و $g(\frac{\pi}{4})$.

2) بين أن $2\sin^2(\frac{\pi}{8}+x)=1-\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 2x-\sin 2x)$ و

$2\cos^2(\frac{\pi}{8}-x)=1+\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 2x+\sin 2x)$

3) استنتج أن $g(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x$.

4) حل في $[0,\pi]$ المعادلة $g(x)=\frac{1}{2}$.

تمرين6

نعتبر الدالة $g(x)=\cos^2 x+\cos^2 2x+\cos^2 3x$

1) a) بين أن

$(\forall x\in IR)\ \cos^2 x+\cos^2 2x=\frac{1}{2}(2+\cos 2x+\cos 6x)$

b) بين أن $g(x)=2\cos x\cos 2x\cos 3x+1$ لكل x من IR .

2) حل في $[0,\pi]$ المعادلة g(x)=1 ومثل حلولها على الدائرة المثلثية .

3) نضع $A=\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{3\pi}{7}$

تمرين7

حل المتراجحات التالية في المجال I :

1) $2\cos(3x)+\sqrt{3}\sin x+\cos x>0$ ؛ $I=]\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}[$

a) بين أن $A=\frac{1}{8}$ (يمكن حساب $A\sin\frac{\pi}{7}$) b) استنتج $g(\frac{\pi}{7})$

2) $\sin(5x)+\cos(5x)>\sqrt{2}\cos(13x)$ ؛ $I=[0,\frac{\pi}{4}]$

3) $\sin x+\sin(2x)+\sin(3x)>0$ ؛ $I=]-\frac{3\pi}{2},\frac{3\pi}{2}[$

تمرين8

نضع $p(x)=\sin 2x+\cos 2x-1+\sin x-\cos x$

1) a) بين أن $(\forall x\in IR): \sin 2x+\cos 2x-1=2\sin x(\cos x-\sin x)$

b) بين أن $p(x)=\sqrt{2}(2\sin x-1)\cos(x+\frac{\pi}{4})$

2) حل في المجال $[0,2\pi]$ المعادلة $p(x)=0$

3) حل في المجال $[0,2\pi]$ المتراجحة $p(x)<0$.

تمرين9

نضع $A(x)=\sin 2x+\sqrt{6}\sin x-\sqrt{2}\cos x-2\sqrt{3}\sin^2 x$

1) بين أن $A(x)=2\cos(x+\frac{\pi}{3})(2\sin x-\sqrt{2})$.

2) حل في IR المعادلة A(x)=0 .

3) حل في $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ المتراجحة $A(x)\ge 0$.

http://sefroumaths.site.voila.fr

تمرين10

نعتبر الدالة $f(x)=3\sqrt{3}\cos^3 x-\sin^3 x-2(\cos^2 x+1)\cos(x+\frac{\pi}{6})$

1)بين أن $f(x)=\frac{1}{2}(\sqrt{3}\cos x-\sin x)(\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x+1)$

2) حل في $[0,\pi]$ المعادلة f(x)=0 ثم المتراجحة $f(x)\geq 0$.

تمرين11

1) a) تحقق أن $\cos x-\sqrt{3}\sin x=2\cos(x+\frac{\pi}{3})$.

b) حل في المجال $\left]-\frac{4\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right[$ المتراجحة

$\cos x-\sqrt{3}\sin x\geq 0$.

2) بين أنه لكل x من IR

$(\cos x-\sqrt{3}\sin x)^2=2-\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x$

3) a) بين أنه لكل x من $\left[-\frac{5\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$

$\cos x-\sqrt{3}\sin x=\sqrt{2+\sqrt{3}} \Leftrightarrow \cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=-\sqrt{3}$

b) حل في المجال $\left[-\frac{5\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$ المعادلة

$\cos x-\sqrt{3}\sin x=\sqrt{2+\sqrt{3}}$

تمرين12

حل في IR المعادلتين : $\tan x+\tan 4x=2\tan 3x$ و

$2\sin^2 x=1+\sin 3x$

http://sefroumaths.site.voila.fr