

التمرين الأول (3نقط)

أحسب النهايتين التاليتين :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{-3x^3 - 1} + x\sqrt[3]{3}) \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{-x^3 + 2x^2 - x} - \sqrt{2x^2 + 1}) \quad (1)$$

1,5
1,5

التمرين الثاني (10نقط ونصف)

نعتبر الدالة f المعرفة على $I = \left[\frac{1}{2}, 1 \right]$ بما يلي : $f(x) = \frac{x^2}{2x^2 - 2x + 1}$

$$(1) \text{ (a) بين أن } (\forall x \in I) : f(x) = \frac{1}{\left(\frac{1}{x} - 1\right)^2 + 1}$$

1

$$(b) \text{ بين أن } (\forall x \in I) : \frac{1}{x} - 1 \geq 0$$

0.5

(2) بين أن f تزايدية قطعاً على I .

1.5

(3) (a) بين أن f تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده .

1.5

(b) حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

1.5

(4) حل في I المعادلة $f(x) = \frac{4}{5}$.

0.5

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{4} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(5) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$(a) \text{ بين أن : } (\forall n \in \mathbb{N}) : \frac{1}{2} < u_n < 1 .$$

1

(b) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية .

1.5

(c) استنتج أن (u_n) متقاربة واحسب $\lim u_n$.

1.5

التمرين الثالث (6 نقط و نصف)

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n^2 - 3}{u_n + 2} \end{cases}$$

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

(1) بين أن : $u_n > 3$: $(\forall n \in \mathbb{N})$.

(2) أدرس رتبة المتتالية (u_n) .

(3) بين أن : $u_{n+1} - 3 > \frac{3}{2}(u_n - 3)$: $(\forall n \in \mathbb{N})$.

(4) استنتج أن $u_n \geq \left(\frac{3}{2}\right)^n + 3$: $(\forall n \in \mathbb{N})$

(5) هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟

1.5

1.5

1.5

1.5

05