

التمرين الأول (13 نقطة)

(1) نعتبر العدد $\omega = 2 + 2i\sqrt{3}$

(a) حدد الشكل المثلثي للعدد ω .

(b) أحسب $\left(\frac{\omega}{4}\right)^{2002}$ و $\left(\frac{\omega}{4}\right)^{6n+5}$ حيث $n \in \mathbb{Z}$

(c) حدد على الشكل الجبري الجذرين المربعين للعدد ω .

(2) حل في \mathbb{C} المعادلة $z^2 + (\sqrt{3} - 7i)z - 4(3 + i\sqrt{3}) = 0$ (E)

(3) نعتبر العددين $u = 4i$ و $v = -\sqrt{3} + 3i$

(a) حدد الشكل المثلثي لكل من u و v

(b) بين أن $v - 2i = \frac{\omega}{4}(u - 2i)$

(c) نعتبر النقط $A(2i)$ و $B(u)$ و $C(v)$ حدد طبيعة المثلث (ABC)

(d) حدد الشكل الجبري للعدد $\left(\frac{v}{u}\right)^6$

واستنتج أن النقط O و $M(u^6)$ و $N(v^6)$ مستقيمة

التمرين الثاني (4 نقط)

لكل عدد عقدي $z \neq 0$ نضع $f(z) = \frac{z-1}{z^2}$

(1) حدد المجموعة $E = \{M(z) \in P / f(z) \in \mathbb{R}\}$

(2) (a) أعط على الشكل الجبري الجذور المكعبة للعدد $-i$

(b) حل في \mathbb{C}^* المعادلة $f(z) = iz(z-1)$

التمرين الثالث (3 نقط)

نعتبر المعادلة $z^2 - 2z + 1 - e^{2i\theta} = 0$ حيث $\theta \in]0, \pi[$.

(1) حل في \mathbb{C} المعادلة .

(2) حدد الشكل المثلثي لحلي المعادلة .

