الثانية بكالوريا علوم تجريبية	واجب منزلي رقم 4* الأعداد العقدية *	الأستاذ : الحيان

التمرين 1 :

1. أ- لتكن $(r_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية الهندسية الحقيقية التي أساسها $q=\frac{2}{3}$ وحدها الأول r_0 حيث $r_0>0$.

أكتب r_n بدلالة r_0 و n .

ب- لتكن $(\theta_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية الحسابية التي أساسها $r=\frac{2\pi}{3}$ وحدها الأول θ_0 حيث $\theta_0\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$.

أكتب θ_n بدلالة θ_0 و n .

جـ- لكل $n\in\mathbb{N}$ ؛ نضع $z_n=r_n(\cos\theta_n+i\sin\theta_n)$. علما أن $z_0z_1z_2=8$ ؛ حدد الشكل ألمثلثي لكل من الأعداد العقدية z_0 و z_1 و z_2 .

2. في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ حيث $\|\vec{u}\|=\|\vec{v}\|=4cm$ نعتبر النقطة M_n ذات اللحق z_n .

أ- أنشء النقط M_0 و M_1 و M_2 .

ب- أحسب $\left\|\overrightarrow{M_nM_{n+1}}\right\|$ بدلالة n .

جـ- نضع : $l_n=\sum_{k=0}^{n}\left\|\overrightarrow{M_kM_{k+1}}\right\|=\overline{M_0M_1}+\overline{M_2M_2}+...+\overline{M_nM_{n+1}}$.

أحسب l_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty}l_n$.

التمرين 2 :

$\boxed{A}$ نضع : $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (j هو جذر من الرتبة الثالثة للوحدة : $j^3=1$)

1. تحقق من أن : $j^2=\overline{j}$ و أن $1+j+j^2=0$

2. أكتب على الشكل المثلثي العددين العقديين $2i$ و $2ij$

$\boxed{B}$ نعتبر P و Q التطبيقين من $\mathbb{C}$ نحو $\mathbb{C}$ المعرفين كما يلي :

$$P(z)=(z-2i\overline{j})Q(z) \quad \text{و} \quad Q(z)=z^2+2ij^2z-4j$$

1. أ- نعتبر المعادلة : $(E_1):(z\in\mathbb{C};Q(z)=0)$

تحقق من أن المميز المختصر Δ' يساوي $(\sqrt{3}j^2)^2$.

ب- حل المعادلة : (E_1)

جـ- أكتب حلي المعادلة (E_1) على الشكل ألمثلثي وعلى الشكل λi و λij حيث : $(\lambda\in\mathbb{R})$

2. أ- أنشر $P(z)$.

ب- استنتج حلول المعادلة : $(E):(z\in\mathbb{C};z^3+8i=0)$

3. لتكن a و b و c هي حلول المعادلة (E) بحيث: $\mathrm{Re}(a)=0$ و $\mathrm{Re}(b)<0$ و $\mathrm{Re}(c)>0$

أ- تحقق من أن : $a+bj+cj^2=0$.

ب- في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$؛ نعتبر على التوالي النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : a و b و c . بين أن ABC مثلث متساوي الأضلاع .

التمرين 3 : الجذر من الرتبة الخامسة للوحدة . إنشاء المخمس المنتظم .$(Pentagone-régulier)$

ليكن $\boxed{z_0=\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)=e^{i\frac{2\pi}{5}}}$

1. نضع : $\alpha=z_0+z_0^4$ و $\beta=z_0^2+z_0^3$

أ- بين أن : $1+z_0+z_0^2+z_0^3+z_0^4=0$ و استنتج أن α و β حلا المعادلة: $(*):X^2+X-1=0$

ب- أوجد α بدلالة $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.

جـ- حل المعادلة $(*)$ واستنتج قيمة $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.

2. لتكن A_0 و A_1 و A_2 و A_3 و A_4 النقط التي ألحاقهاعلى التوالي هي1 و z_0 و z_0^2 و z_0^3 و z_0^4 في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

أ) لتكن H نقطة تقاطع المستقيم (A_1A_4) و المحور $(O,\vec{u})$

بين أن : $\boxed{\overline{OH}=\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)}$

ب- الدائرة التي مركزها النقطة Ω ، التي لحقها $-\frac{1}{2}$ ، والمارة من النقطة B؛ التي لحقها i ؛ تقطع المحور $(O,\vec{u})$ في نقطتين M و N (نسمي M النقطة التي أفصولها موجب)

بين أن : $\overline{OM}=\alpha$ و $\overline{ON}=\beta$ و أن H منتصف القطعة $[OM]$.

جـ- استنتج إنشاءا لمخمس منتظم مركزه O ومارا من نقطة A_0 .