

تمرين 1: (8 pts)

$$\text{لتكن } g(x) = \frac{-x+2}{x+2} \text{ و } f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1$$

(1) حدد  $D_g$  ثم أعط جدول تغيرات الدالة  $g$ .

(2) حدد  $D_f$  ثم أعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) ليكن  $(C_g)$  و  $(C_f)$  المنحنيان الممثلان للدالتين  $f$  و  $g$  على التوالي.

a- حدد نقط تقاطع  $(C_g)$  و  $(C_f)$  مع محور الأفاصيل.

b- حدد نقط تقاطع  $(C_g)$  و  $(C_f)$ .

(4) a- أنشئ في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  المنحنيين  $(C_g)$  و  $(C_f)$ .

b- حل مبيانيا المتراجحة  $\frac{x^3 + 2x^2 - 8x}{4(x+2)} \geq 0$

c- حدد مبيانيا  $f([2, 2\sqrt{3}[)$  و  $f([-2, 0])$

(5) a- بين أن  $\forall x \in \mathbb{R} - \{2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}\} : (g \circ f)(x) = \frac{x^2 + 4}{12 - x^2}$

b- انطلاقا من تغيرات  $f$  و  $g$  ادرس تغيرات الدالة  $(g \circ f)$  على المجالين  $[2, 2\sqrt{3}[$  و  $[-2, 0]$

تمرين 2: (4 pts)

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$$

نعتبر الدالة العددية لمتغير حقيقي  $x$  معرفة كما يلي:

1- حدد حيز تعريف الدالة  $f$ .

2- حدد عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث:  $\forall x \in D_f ; f(x) = \sqrt{a + \frac{b}{x+2}}$

3- أثبت أن:  $\forall x \in [1, +\infty[ ; 0 \leq f(x) \leq 1$

4- حدد دالتين  $u$  و  $v$  بحيث:  $f = v \circ u$ .

5- حدد رتبة الدالتين  $u$  و  $v$  ثم استنتج رتبة المركب.

تمرين 3: (4pts)

(1) احسب  $\cos a$  و  $\tan a$  إذا علمت أن  $\sin a = \frac{2}{3}$  و  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$

(2) أثبت أن  $\cos(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(3\pi - x) + \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) = 0$

(3) مثل على دائرة مثلثية أصلها I النقطة التي أفاصيلها المنحنية هي

$$\frac{1426\pi}{6} ; \frac{2006\pi}{3} ; -\frac{135\pi}{4} ; \frac{11\pi}{6}$$

تمرين 4: (4pts)

(1) بين بالترجع أن:  $\forall n \in \mathbb{N}^* : \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

(2) بين باستعمال الاستلزام المضاد للعكس أن:

$$\forall x \in \mathbb{R}; \forall y \in \mathbb{R} : (xy \neq 1 \text{ et } x \neq y) \Rightarrow \left( \frac{x}{x^2 + x + 1} \neq \frac{y}{y^2 + y + 1} \right)$$