

5ن

التمرين ١ :

1) أحسب النهايتين التاليتين :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 + 1} - x \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$$

1.5ن
1.5ن

2) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بما يلي :

$$f(x) = -x^3 + x + 1$$

2ن

بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[1, 2]$.

التمرين ٢ :

8ن

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[0, +\infty[$

$$f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$$

0.5ن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

1) بين أن :

$$\forall x \in [1, +\infty[; f(x) \leq x$$

2) أ) بين أن :

$$\forall x \in]0, +\infty[; f'(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$$

ب) بين أن :

1.5ن

ج) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I = [1, +\infty[$.

بين أن g تقابل من المجال I نحو مجال J يتم تحديده.

د) حدد الدالة العكسية g^{-1} .

1.5ن

3) نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n \in IN}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = g(U_n), n \in IN \end{cases}$$

أ) بين بالترجع أن : $\forall n \in IN; 1 \leq U_n \leq 2$

1ن

ب) بين أن المتتالية العددية $(U_n)_{n \in IN}$ تناقصية .

1ن

1ن

ج) استنتج أن المتتالية العددية $(U_n)_{n \in IN}$ متقاربة ثم أحسب نهايتها .

التمرين ٣ :

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n \in IN}$ المعرفة كالآتي :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1}{8} (1 + \sqrt[3]{U_n})^3; n \in IN \end{cases}$$

1) أحسب U_1 و U_2 .

2) بين أن : $\forall n \in IN; 0 \leq U_n < 1$.

3) أثبت أن المتتالية العددية $(U_n)_{n \in IN}$ تزايدية ثم استنتج أن $(U_n)_{n \in IN}$

متقاربة .

4) نعتبر المتتالية العددية $(V_n)_{n \in IN}$ المعرفة بما يلي :

$$\forall n \in IN; V_n = \sqrt[3]{U_n} - 1$$

أ) بين أن $(V_n)_{n \in IN}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

ب) حدد V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

ج) حدد : $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

د) نعتبر المجموع :

$$S_n = \sqrt[3]{U_0} + \sqrt[3]{U_1} + \dots + \sqrt[3]{U_n}$$

حدد S_n ، بدلالة n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

ملحوظة :

يراعى في تصحيح ورقتك حسن تقدّمها وعرضها وسلامة تحرير الحلول المتوصل إليها .

حظ سعيد