

## الفرض المحروس الأول

المادة : الرياضيات  
المدة الوضعية : ساعتان

### التمرين الأول :

لتكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 & ; & u_1 = 2 \\ u_{n+2} = u_{n+1} + 6u_n & ; & n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. أحسب  $u_2$  و  $u_3$  .
2. نعتبر  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  المتتالية المعرفة كما يلي :  $v_n = u_n + 2u_{n-1}$  :  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ 
  - أ- بين أن  $(v_n)_{n \geq 1}$  متتالية هندسية أساسها 3 محددًا حدها الأول .
  - ب- حدد  $v_n$  بدلالة  $n$  .
3. نعتبر  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  المتتالية المعرفة كما يلي :  $w_n = u_n - 3u_{n-1}$  :  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ 
  - أ- بين أن  $(w_n)_{n \geq 1}$  متتالية هندسية أساسها (-2) محددًا حدها الأول .
  - ب- حدد  $w_n$  بدلالة  $n$  .
  - ج- استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  .
4. حدد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  .

### التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n^2 + 2u_n + 1}{2u_n + 1} & ; & n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. أحسب :  $u_1$  و  $u_2$  .
2. أ- بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : u_n \geq 0$

ب- أدرس رتبة المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  .

3. أ- بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n > \frac{1}{2}$  .

ب- استنتج أن :  $\forall n \in \mathbb{N}^* : u_n > \frac{n}{2}$  .

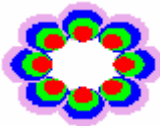
ج- حدد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  .

### التمرين الثالث :

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} & ; & x \neq 2 \\ f(2) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

1. حدد  $\mathcal{D}_f$  حيز تعريف الدالة  $f$  .
2. أ- أدرس اتصال الدالة  $f$  عند العدد 2 .
- ب- حدد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .
3. أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند العدد 2 .
- ب- أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathcal{D}_f$  .
- ج- أدرس تغيرات الدالة  $f$  على  $\mathcal{D}_f$  .
4. أ- تحقق من أن  $f$  تقابل من  $\mathcal{D}_f$  نحو مجال  $J$  ينبغي تحديده .
- ب- حدد  $f^{-1}$  الدالة العكسية للدالة  $f$  .



بالتوفيق إنشاء الله

